

# 舰载雷达天线方向图拟合方法的研究

袁业术,段志慧,陈腾腾

(哈尔滨工业大学电子工程技术研究所,黑龙江哈尔滨 150001)

**摘要:** 本文在把阵元间幅相不一致性归结为阵元方向图畸变基础上,提出利用海杂波作为定标源对方向图进行拟合的几种方法.文中详细叙述了利用最小二乘法及总体最小二乘法对方向图进行拟合的具体方法.模拟结果表明总体最小二乘法是几种方法中的最优方法.

**关键词:** 海杂波;方向图;误差响应

**中图分类号:** TN958 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2003) 03-0325-03

## Methods of OTH Radar Antenna Pattern Imitation

YUAN Ye-shu, DUAN Zhi-hui, CHEN Teng-teng

(Institute of Electronic Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin, Heilongjiang 150001, China)

**Abstract:** The near field scattering of the complex metal structures in the vicinity of an antenna array will cause serious distortion of the antenna array pattern. A scheme utilizing the broadened first-order Bragg lines to compensate the distortion of the antenna array pattern is presented and the Total-Least-Square (TLS) technique used to estimate the element error-response pattern is described. The result of simulation to the error-response pattern of the antenna array shows that the TLS method is available and optimal in the estimation of the antenna array pattern in HF ship-borne over-the-horizon radar environment.

**Key words:** sea clutter; antenna pattern; error response

### 1 引言

在阵列信号处理中,以 MUSIC 为代表的一类超分辨率方法,当实际信号环境与所需求的信号模型不匹配时,其性能会严重下降.由于阵列物理结构的不一致、阵元间的耦合效应、环境影响等因素的存在,会不可避免的引起实际信号与理想模型之间存在着一定的误差.这将严重影响系统的方位分辨性能和空间谱估计精度.因此为了保证一个阵列系统具有良好的空间源分辨性能就必须对阵列误差响应进行必要的修正.

目前对通道不一致的校正方法大体可分为三类:自校正方法、辅助源方法和预处理方法,还有不少人在尝试利用神经网络等新方法来解模型误差的困扰.文献[1]讨论了模型误差对阵列输出信号特征结构的影响,提出了一种基于辅助源的校准方法.文献[2]研究了天线阵元间互耦对最大熵谱估计测向性能的影响,提出了一种能克服互耦影响的改进方法.文献[3]分析了幅相失配和阵元间互耦影响测向性能的机制,提出了一种可以一次性补偿接收通道的幅相失配和阵元间互耦的有效方案.文献[4]推导出了考虑阵元间存在互耦时自适应天线最佳权矢量的解析表达式,提出了一种有效的互耦校正方法.

在舰载 OTH 雷达系统中,由于舰船上各种金属物体的近端散射,使得阵元之间的幅相误差随着入射信号方向变化而变化.这种阵元间幅度和相位偏移误差,将导致阵列方向图的畸变.由于这种畸变与入射信号方向相关,使得系统误差的补偿变得极复杂.本文就是在这样的背景下讨论消除这种畸变的方法.

高频段(2—30MHz)海浪回波谱如图1所示,海浪回波能量主要集中在两个由海浪特征速度决定的 Bragg 频率上,其能量比二阶谱和大气噪声高(35—45dB)(取决于海面状态).

不过在充分发展的海态下,其回波强度是相当稳定的,这是由与入射电波发生谐振的 Bragg 海浪的稳定性所决定的.对于移动雷达平台,由于雷达的合成孔径效应,使得展宽的一阶 Bragg 谱具有了方位信息,这就为利用展宽谱作为标源对天线阵的方向响应误差进行补偿提供了一种可能性.

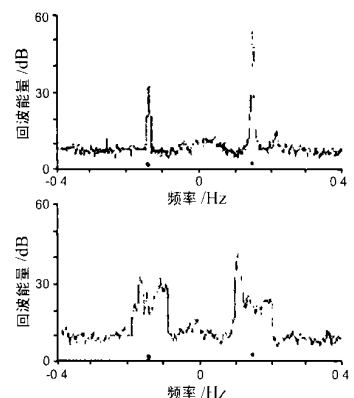


图1 高频段海浪回波谱图

### 2 阵元方向图误差响应获取的基本原理

对应第  $i$  个天线阵元,在舰载 OTH 雷达的任一 Doppler 分辨单元上一阶 Bragg 海浪谱密度可表示为<sup>[5]</sup>:

$$s_i(f) = 2^{-1} h [2V_0^2 - (f - 2V_B)^2]^{-1/2} A_i(\cdot), \quad i=0,1,2, \dots \quad (1)$$

其中: $f$  是 Bragg 海浪谱展宽区里与方位 对应的分辨单元中心频率,对于离开雷达的一阶海浪  $-2(V_0 + V_B)/ < f$

$< -2(V_0 - V_B)/h$ , 而对于朝向雷达运动的一阶海浪  $2(V_0 - V_B)/h < f < 2(V_0 + V_B)/h$ ;  $V_0$  是平台运动速度;  $V_B$  是海浪特征速度;  $h$  是载频波长;  $h$  是单位空间角度一阶海浪杂波的回波功率;  $A_i(\theta)$  是第  $i$  个阵元的方向响应;  $d$  是阵元间距; 为入射信号的空间位置。

把  $i=0$  号阵元取为坐标原点  $(0, 0)$ ,  $x$  轴为等间隔直线的基线, 则各阵元坐标分别为:  $(id, 0) (i=0, 1, \dots, M-1)$ ; 设载舰上有  $K$  个散射点, 第  $k$  个散射点的坐标为  $(x_k, y_k) (k=1, \dots, K)$ , 则第  $i$  个阵元的输出信号为:

$$X_i(t) = k_i s(t) \exp(-j2id \sin(\theta))^{-1} + j\phi_i + \sum_{k=1}^K h_{ik} s(t) \exp(-jB_{ik}(\theta)) \quad (2)$$

右边第一项为阵元自身的响应,  $k_i$  为第  $i$  个阵元自身的幅度传输系数,  $\phi_i$  为第  $i$  个阵元的附加相位,  $s(t)$  为入射信号, 第二项是由环境因素引起的。其中:

$$B_{ik}(\theta) = 2 \{ y_k \cos(\theta) + x_k \sin(\theta) + [x_k^2 - id^2 + y_k^2]^{1/2} \}^{-1} + \phi_{ik}$$

为环境因素引起的附加相位;  $h_{ik}$  为第  $k$  个散射点在第  $i$  个阵元方向上的散射系数;  $\phi_{ik}$  为第  $k$  个散射点在第  $i$  个阵元方向上的散射相位。为得到第  $i$  个阵元的方向响应, 式(2)可表示为:

$$X_i(t) = |X_i(t)| \exp(j\phi_i) \quad (3)$$

其中:

$$|X_i(t)| = \{ [k_i s(t) \cos(\theta) + \sum_{k=1}^K h_{ik} s(t) \cos(B_{ik}(\theta))]^2 + [k_i s(t) \sin(\theta) + \sum_{k=1}^K h_{ik} s(t) \sin(B_{ik}(\theta))]^2 \}^{1/2}$$

为第  $i$  个阵元的输出信号的总幅度;

$$\phi_i = \text{tg}^{-1} \{ - [k_i \sin(\theta) + \sum_{k=1}^K h_{ik} \sin(B_{ik}(\theta))] / [k_i \cos(\theta) + \sum_{k=1}^K h_{ik} \cos(B_{ik}(\theta))] \}$$

为第  $i$  个阵元的输出信号的总相位; 其中  $\phi_i = 2id \sin(\theta)^{-1} - \phi_i$  为阵列的线性相位。

对于舰载 OTH 雷达而言, 各个阵元自身的方向响应可认为是理想的, 阵列方向图的畸变完全是由环境因子  $\sum_{k=1}^K h_{ik} \exp(jB_{ik}(\theta))$  引起的(为突出所要讨论的问题这里主要考虑近端散射的影响而忽略了阵元间的互耦)。由于实际环境非常复杂, 直接求解阵列的方向响应是不现实的。因此只能利用实测数据对其进行估计, 为此, 取第  $i$  个阵元的输出与参考阵元输出之比, 由式(1)得到:

$$W_i(\theta) = S_i(f) S_0^{-1}(f) = A_i(\theta) A_0^{-1}(\theta), \quad i=1, 2, \dots, M-1 \quad (4)$$

其中:  $A_i(\theta) = \exp(-j2id \sin(\theta)^{-1}) + \sum_{k=1}^K h_{ik} \exp(jB_{ik}(\theta))$  为第  $i$  个阵元的方向响应;  $W_i(\theta) = A_i(\theta) A_0^{-1}(\theta), i=1, \dots, M-1$  为第  $i$  个阵元相对于参考阵元的误差方向响应。

利用实测数据对  $W_i(\theta)$  进行估计, 就可得到每一个阵元

相对于参考阵元方向响应误差, 补偿这些误差则可以使每个阵元都和参考阵元一致。

### 3 算法的研究

#### 3.1 算法分析

为了方便起见, 我们研究展宽谱上某一个频点, 即一个方向的校正参数的提取。设某一特定频点为  $f_p$ , 代入式(1), 得  $s_i(f_p) = 2^{-1} h [2V_0^2 - (f_p - 2V_B)^2]^{-1/2} A_i(\theta_p)$ ,  $i=1, \dots, M$  其中  $2^{-1} h [2V_0^2 - (f_p - 2V_B)^2]^{-1/2}$  是来自  $\theta_p$  方向上的一阶 Bragg 海浪信号的功率;  $A_i(\theta_p)$  是第  $i$  个阵元对  $\theta_p$  方向上的回波信号的方向响应。对于特定的频率  $f_p$  和特定的方向  $\theta_p$ ,  $A_i(\theta_p)$  是一个复常数, 用  $A_i$  表示;  $s_i(f_p)$  本身就是一个复数。从式(4)可以得到:

$$s_0 W_i = s_i, \quad i=1, \dots, M-1 \quad (5)$$

现实中, 不可能有单纯的一阶海杂波谱, 必然有背景噪声和高阶海浪杂波混在其中, 我们统一把非一阶谱的部分都看成噪声。由于噪声的存在, 使我们无法得到准确的  $W_i$ , 只能得到它的估值, 以  $\hat{W}_i$  表示。设阵元展宽谱在这个特定的频点的观察值为  $x_0, x_i$ , 则有:  $x_0 W_i = x_i$ , 其中:  $x_0$  是参考阵元  $s_0$  的观察值,  $x_i$  是待测阵元  $s_i$  的观察值。

这是一次观察的结果。独立进行  $P$  次观察, 我们可得到这样一个方程组:  $x_{0p} W_i = x_{ip}, p=1, \dots, P$ , 写成矩阵的形式:

$$X_0 W_i = X_i \quad (6)$$

其中:  $X_0 = [x_{01}, x_{02}, \dots, x_{0P}]^T$ ,  $X_i = [x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iP}]^T$  (上标  $T$  表示转置); 这是一个超定线性方程组; 未知数只有一个, 即  $W_i$  的估值  $\hat{W}_i$ 。对式(6)最直接的解法是用每个方程求出一个解, 然后把各方程的解作算术平均, 即令  $W_{ip} = x_{ip} x_{0p}^{-1}, p=1, \dots, P$ , 则第  $i$  个阵元方向误差响应的估值为:

$$W_i = P^{-1} \sum_{j=1}^P W_{ij} \quad (7)$$

这种方法简单常用, 但不是最优解。

另外一种常用的方法是最小二乘广义逆矩阵法。用该种算法得到的超定方程  $X_0 W_i = X_i$  的最小二乘解为:

$$W_i = (X_0^+ X_0)^{-1} X_0^+ X_i \quad (8)$$

其中  $(X_0^+ X_0)^{-1} X_0^+$  是  $X_0$  的最小二乘逆矩阵。用最小二乘广义逆矩阵法求解的估值要比直接用除法求解的估值好, 但在有些情况下仍不能满足要求。下面给出此类问题的总体最小二乘解。

#### 3.2 总体最小二乘法

考虑线性方程  $Ax = b$ , 无论是直接使用广义逆阵  $A^+$  还是使用其他方法求解最小二乘问题, 他们都是求  $x$  使之满足

$$\|e\|_2 = \min_{x \in \text{range}(A)} \|b + e\|_2, \quad \text{其中 } e = \sum_{i=1}^m e_i^2, \text{ 且矩阵}$$

$A$  的值域定义为  $\text{range}(A) = \{ b \in R^m : b = Ax \text{ 对某个 } x \in R^n \}$ 。因此, 最小二乘问题等同于用一个最小的  $e$  去扰动  $b$  以便  $b+e$  可以用  $A$  的各列来预测。或者说, 一般最小二乘问题只考虑了观测向量的扰动, 而没有考虑系数矩阵  $A$  的扰动。更合理

的方法是同时考虑  $b$  和  $A$  的扰动. 这就是总体最小二乘法 (TLS) 的基本思想. 换句话说, 在 TLS 问题中, 我们考虑矩阵方程

$$(A + E)x = b + e \quad (9)$$

的求解. 式(8)可以变换成

$$(B + D)z = 0 \quad (10a)$$

其中:  $B = [-b \dots A]$ ,  $D = [-e \dots E]$ ,  $z = [1 \dots x^T]^T$ , 这样一来, 对齐次方程(10a)的 TLS 解可以简单表示为: 求一个解向量使得  $D_F = \min$  及  $(b + e) \in \text{range}(A + E)$ , 其中  $D_F$  为 Frobenius 范数, 定义为  $D_F = (\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n d_{ij}^2)^{1/2}$ , TLS 方法使来自  $b$  和  $A$  的噪声扰动影响最小. 上面的分析表明, TLS 问题可以归结为: 求一具有最小范数的扰动矩阵  $D \in R^{m \times (n+1)}$  使得  $B + D$  是非满秩的(如果满秩, 则只有平凡解  $z = 0$ ). 利用奇异值分解可实现这一目的, 令  $B = U \cdot V^*$ , 且奇异值仍按递减次序排列:

$$\sigma_1 \quad \sigma_2 \quad \dots \quad \sigma_{\min(m, n+1)} \quad 0$$

当  $m > n + 1$  时, 方程组是超定的, 这方程组的 TLS 解是:

$$x = v^{-1}(1, n+1) [v(2, n+1), \dots, v(n+1, n+1)]^T \quad (10b)$$

式中  $v(i, n+1)$  是右奇异阵  $V$  的第  $n+1$  列向量中的第  $i$  个元素.

TLS 同时考虑了线性方程组的  $b$  和  $A$  的噪声扰动, 使  $b$  和  $A$  的噪声扰动带来的影响最小, 而广义逆阵法只考虑了  $b$  的噪声扰动, 使  $b$  的噪声扰动带来的影响最小. 显然, 当  $A$  也存在噪声扰动时, TLS 的性能要优于广义逆阵法. 此外从扰动理论出发, 利用 SVD 求超定线性方程组的解, 最小二乘解具有比其它方法要好的数值稳定性.

### 4 TLS 在本问题中的应用

把 TLS 应用于我们的问题, 即求解

$$X_0 W_i = X_i \quad (11)$$

$X_0$  和  $X_i$  都是  $P \times 1$  维的, 即  $m = P, n = 1$  的超定方程组. 把上式变换成

$$B [1 \dots W_i^T]^T \quad (12)$$

其中  $B = ([X_0 \dots X_i])$ , 对  $B$  作奇异值分解:  $B = U \Sigma V^*$ , 则方程组的解为:

$$W_i = v(2, 2) v^{-1}(1, 2) \quad (13)$$

$v(1, 2)$  和  $v(2, 2)$  是右奇异阵  $V$  的第列向量中的第 1、第 2 个元素.

### 5 仿真结果

在不同的信噪比下, 分别用直接相除求平均值法、最小二乘广义逆阵法、TLS 三种算法估值, 并计算估计的相对误差的均方差, 为了求出的均方差更稳定, 同样条件下进行多次相同的计算, 然后用求其均方差的均值作为相对误差的均方差, 这样就得到了三条相对估计误差均方差随信噪比变化的曲线, 结果如图 2 所示.

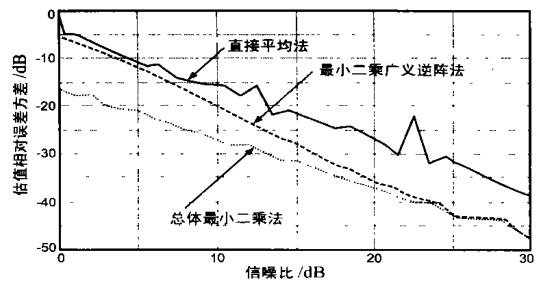


图 2 不同算法相对估值误差的比较

### 6 结论

从上图可以看到, 误差最小的是 TLS 算法, 而直接相除求平均法的估计误差均方差差不多比 TLS 高 10dB. 最小二乘广义逆阵法介于两者之间, 当信噪比低时其性能接近于直接相除法, 当信噪比高时接近于 TLS. 正如前面所分析的一样, 最小二乘广义逆阵法只考虑了观察矩阵  $b$  的误差, 而没有考虑系数矩阵  $B$  的误差. 所以, 当信噪比小时, 系数矩阵的误差影响了估值的精度, 但是当信噪比大时, 系数矩阵误差的影响也就小了. 而 TLS 考虑了所有的误差, 所以在任何信噪比条件下基本都是最优的.

### 参考文献:

- [1] 姚康泽, 梁甸农. 模型误差对阵列信号特征结构的影响及一种校正方法[J]. 系统工程与电子技术, 1996, (8): 44 - 47.
- [2] 杨超, 阮颖铮. 阵列互耦对超分辨性能的影响及校正方法[J]. 系统工程与电子技术, 1993, (4): 40 - 45.
- [3] 杨超, 阮颖铮. 空间谱估计测向中通道失配与阵元间互耦的一次性补偿[J]. 电子科学学刊, 1995, 17(2): 206 - 209.
- [4] Jgupta, A A Ksienski. Effect of mutual couple on the performance of adaptive arrays [J]. IEEE Trans, 1983, AP-31, (5): 785 - 791.
- [5] 陈腾腾. 舰载天线方向误差响应提取方法的研究 [D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2001. 13 - 16.

### 作者简介:



袁业术 男, 1951 年出生于黑龙江省, 1978 年毕业于哈尔滨工业大学无线电工程系雷达专业, 1993—1994 年在英国 Leeds 大学作访问学者, 主要研究方向: 雷达总体技术和信号处理与检测, 目前从事高频地波舰载 OTH 雷达的研究工作.



段志慧 女, 1977 年 10 月生于湖南湘西, 于 2000 年在哈尔滨工业大学电子与通信工程系获学士学位, 研究方向为高频地波雷达基本信号处理, 从 2000 年至今于哈尔滨工业大学电子与通信工程系继续攻读硕士学位, 主要研究高频超视距雷达 (OTHR) 接收天线方向响应误差的提取.